



双曲旋转薄壳弯曲问题理论计算方法研究

张二 闵少松 滑林 刘聪 陈国涛

Theoretical calculation method of hyperbolic rotating thin shell bending problem

ZHANG Er, MIN Shaosong, HUA Lin, LIU Cong, Chen Guotao

在线阅读 View online: <https://doi.org/10.19693/j.issn.1673-3185.03594>

您可能感兴趣的其他文章

Articles you may be interested in

等效刚度法计算波纹夹层板弯曲变形与应力

Calculation bending deflection and stress for corrugated core sandwich panels employing equivalent stiffness method

中国舰船研究. 2021, 16(2): 90-98, 107 <https://doi.org/10.19693/j.issn.1673-3185.01873>

环形加筋圆柱壳的焊接残余应力及振动特性研究

Investigation on welding residual stress and vibration characteristics of ring-stiffened cylindrical shell

中国舰船研究. 2023, 18(6): 208-215 <https://doi.org/10.19693/j.issn.1673-3185.03081>

基于子程序二次开发的双向曲率板应变分布计算方法

Subroutine-based calculation method for strain distribution of bidirectional curvature plates

中国舰船研究. 2022, 17(4): 212-219 <https://doi.org/10.19693/j.issn.1673-3185.02313>

总纵弯曲下舰船上层建筑结构强度钢模试验

Steel model test on structural strength of ship superstructure under overall longitudinal bending

中国舰船研究. 2022, 17(2): 135-141 <https://doi.org/10.19693/j.issn.1673-3185.02240>

声激励下圆柱壳敷设多孔吸声材料声辐射特性及计算方法

Characteristics and calculation method of sound radiation of cylindrical shell with porous sound-absorbing material under acoustic excitation

中国舰船研究. 2023, 18(2): 97-106 <https://doi.org/10.19693/j.issn.1673-3185.02518>

双爆源水下爆炸对圆柱壳结构的毁伤特性研究

Damage characteristics of cylindrical shell structure subjected to double UNDEX

中国舰船研究. 2024, 19(3): 134-149 <https://doi.org/10.19693/j.issn.1673-3185.03536>



扫码关注微信公众号, 获得更多资讯信息

本文网址: <http://www.ship-research.com/cn/article/doi/10.19693/j.issn.1673-3185.03594>

期刊网址: www.ship-research.com

引用格式: 张二, 闵少松, 滑林, 等. 双曲旋转薄壳弯曲问题理论计算方法研究[J]. 中国舰船研究, 2025, 20(2): 329–334.

ZHANG E, MIN S S, HUA L, et al. Theoretical calculation method of hyperbolic rotating thin shell bending problem[J]. Chinese Journal of Ship Research, 2025, 20(2): 329–334 (in Chinese).

双曲旋转薄壳弯曲问题 理论计算方法研究



扫码阅读全文

张二, 闵少松*, 滑林, 刘聪, 陈国涛*

海军工程大学 舰船与海洋学院, 湖北 武汉 430033

摘要: [目的] 为分析双曲旋转薄壳的弯曲特性, 基于欧拉-伯努利梁理论, 将双曲旋转薄壳弯曲这一复杂的二维力学问题简化为一维壳带梁弯曲问题。[方法] 通过分析壳带梁受力及变形特点, 建立结构力学模型; 结合板壳弹性变形的物理方程以及单跨梁复杂弯曲微分方程, 建立双曲旋转薄壳弯曲微分方程; 选取跨中中面环向应力这一耐压结构常用的标志性应力, 提出典型的应力计算经验公式; 基于 ANSYS 开展双曲旋转薄壳弯曲问题仿真, 验证典型应力计算公式的准确性。[结果] 结果显示, 所提跨中中面环向应力计算经验公式的计算结果与数值仿真结果间的误差约为 2.3%, 表明该公式在预报典型应力方面具有较高的精度, 验证了所提双曲旋转薄壳弯曲问题理论计算方法的正确性。[结论] 所提方法可为类似结构的设计与优化提供借鉴。

关键词: 双曲率; 弯曲问题; 壳带; 应力; 理论计算

中图分类号: U663.1

文献标志码: A

DOI: 10.19693/j.issn.1673-3185.03594

0 引言

无人水下航行器 (UUV) 以其使用灵活、作业效率高、隐蔽性好、任务重构能力强、成本低等特点, 近年来发展迅猛^[1-2]。潜航器的潜深越大, 安全性越高。潜深每增加 100 m, 在水面可以探测到的潜器噪音将下降 10 dB, 水面舰艇的探测能力也将同时下降 16%, 反潜武器的打击能力下降约 22%, 而世界上绝大多数反潜武器的打击深度未超过 500 m^[3-5]。在材料强度有限的情况下, 潜器的下潜深度是靠牺牲重量和空间尺寸来实现的。对于 600 MPa 级高强钢, 300 m 潜深载人潜器耐压结构的容重比约为 20%, 1 000 m 潜深载人潜器耐压结构的容重比约为 50%^[6-7]。传统的环肋圆柱壳设计潜力不足, 在保证容重比不大幅提高的前提下, 采用材料创新或是结构创新是提升潜深的有效途径。

在材料方面, 目前多选用铝合金、钛合金和复合材料等, 这些材料均具有较好的屈强比, 但

材料的弹性模量较低。当潜深超过 1 000 m 时, 材料的低弹性模量易引起结构的稳定性问题。在结构形式方面, 潜深小于 800 m 的耐压艇体多为环肋圆柱壳结构形式; 潜深大于 2 000 m 的耐压艇体多为球形; 而潜深在 800~2 000 m 之间的耐压艇体, 其结构形式较多, 常见的有圆柱壳、球壳等^[8-9]。圆柱壳便于内部布置, 但承载力稍显不足; 球壳的承载能力最优, 但内部空间利用率不高; 蛋形壳的承载能力相对较好, 但加工难度极大^[10-11]。采用纵向曲率变化相对较小的双曲旋转薄壳结构是一个居中的选择, 例如椭球形薄壳就是学者们关注较多的一种典型的双曲旋转薄壳。Elsayed 等^[12-15] 针对截面为椭圆形的复合材料耐压柱壳结构, 研究了椭圆半径、环肋间距、复合材料纤维厚度和铺设角度等参数对结构强度的影响以及其灵敏度系数, 给出了复合材料椭圆形截面耐压结构的破坏强度以及屈服载荷; 同时, 还对椭圆耐压船体在非接触水下爆炸作用下的特性进行了数值模拟, 并给出了塑性应变和湿表面位移、速度和

收稿日期: 2023-10-16 修回日期: 2023-11-28 网络首发时间: 2024-12-17 11:33

基金项目: 国家自然科学基金资助项目(52201388); 湖北省自然科学基金资助项目(2021CFB259)

作者简介: 张二, 男, 1988 年生, 博士, 副教授。研究方向: 船舶结构强度。E-mail: 872436810@qq.com

闵少松, 男, 1978 年生, 博士, 副教授。研究方向: 船舶结构强度。E-mail: minshaosong@163.com

陈国涛, 男, 1990 年生, 博士生, 讲师。研究方向: 研究方向: 船舶结构强度。E-mail: 1181590188@qq.com

*通信作者: 闵少松, 陈国涛

Mises 应力的时间历程。锥-环-柱(锥)也是一种双曲旋转薄壳结构,荆腾等^[16-17]针对该型结构,开展了强度、稳定性、极限承载能力等力学性能的数值仿真研究,结果表明,中部环壳以其几何优势提升了纵向抗弯刚度,并且降低了纵向应力。目前,针对双曲薄壳的研究方法以数值仿真计算和模型试验为主;理论推导多基于薄壳理论、一阶(高阶)剪切变形理论等,推导过程复杂、不易复现^[18]。

本文将以 UUV 耐压结构的应用为背景,以双曲旋转薄壳弯曲问题为研究对象,基于欧拉-伯努利梁理论建立该型结构弯曲问题的理论计算模型,然后以 ANSYS 数值计算结果为基准,开展理论计算模型适应性研究,为该型结构的设计与优化提供参考。

1 双曲旋转薄壳尺度特征

双曲率旋转壳结构是由一条特定的曲线绕轴线旋转一周而得出,该曲线称作旋转壳的母线,也可称之为经线,其横截面为圆形,横向轮廓线可称为纬线。母线所在面可视为壳体的中面,旋转壳示意图如图 1 和图 2 所示。图 1 中, r_0 为薄壳端部旋转半径, r 为跨中任意一点处的旋转半径, b 为跨中处旋转半径, L 为跨长。

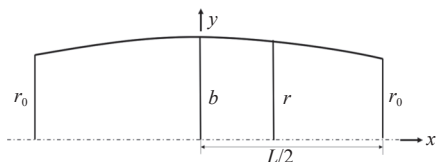


图 1 双曲旋转薄壳母线示意图

Fig. 1 Schematic diagram of hyperbolic rotating thin shell busbar

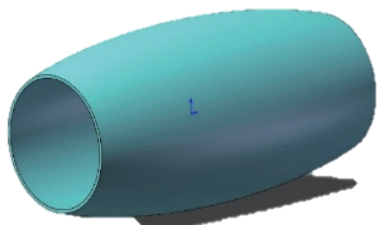


图 2 双曲旋转薄壳三维结构意图

Fig. 2 3D structure of a hyperbolic rotating thin shell

考虑到 UUV 的工程应用,双曲旋转薄壳中部区域的曲率不宜过大,否则不利于内部空间的利用。当纵向曲率变化不大时,双曲旋转薄壳的第 2 曲率半径在一定范围内变化亦不大。以双曲率旋转形成的椭球形薄壳为例,其母线表达式如下:

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 \quad (1)$$

式中: a 为长半轴; b 为短半轴。

假定 $a = nb$ (n 为无量纲系数,表征椭球长轴与短轴之比),则当 $x = L/2$ 时,

$$r_0 = \sqrt{b^2 - \left(\frac{L}{2n}\right)^2} \quad (2)$$

当 $r_0/b \geq 0.95$ 时,存在如下关系:

$$\frac{r_0}{b} = \sqrt{1 - \left(\frac{L}{2a}\right)^2} \geq 0.95 \Rightarrow \frac{L}{2a} \leq 0.312\ 225 \quad (3)$$

注意,式(1)~式(3)的计算均未限定 a , b , n 的具体数值,因此其适用于任意形状比例的椭圆(椭球)。由式(3)可知,对于椭球形双曲旋转薄壳,当薄壳舱段长度不大于长轴的 0.31 倍时,薄壳纵向曲率变化不超过 5%。

对于任意形状的双曲旋转薄壳,通常以第 1 曲率半径 R_1 和第 2 曲率半径 R_2 来描述其弯曲特性,如图 3 所示。图中,选择薄壳的一条经线 Ocm 为例,平行圆与该经线相交于 c 点。过 c 点的法线与旋转轴相较于 O' 点,二者之间的夹角为 φ 。

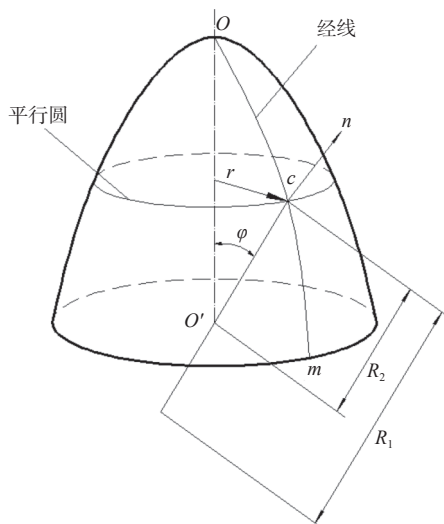


图 3 中面曲率半径示意图

Fig. 3 Schematic diagram of the radius of curvature for the mid-surface

曲率半径计算公式如下:

$$\left. \begin{aligned} R_1(x) &= \left| \frac{[1 + (r'(x))^2]^{\frac{3}{2}}}{r''(x)} \right| \\ R_2(x) &= r(x) \sqrt{1 + (r'(x))^2} \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

2 弯曲理论计算模型的建立

2.1 结构力学模型的建立

双曲旋转薄壳在静水外压作用下产生的弯曲变形属于薄壳的二维平面应力问题,其基本方程

由平衡方程、几何方程和物理方程等构成, 方程数量较多, 求解较为困难。考虑到静水外压下双曲旋转薄壳的结构和载荷均相对于轴线具有圆周对称性, 因此, 沿圆周方向选取单位宽度的壳带作为计算对象, 其结构力学模型如图 4 所示。

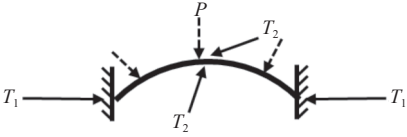


图 4 计算模型示意图
Fig. 4 Schematic diagram of the calculation model

图 4 所示模型将薄壳弯曲这一复杂的二维力学问题转化为简单的一维壳带梁问题, 忽略了剪切应力对壳带挠度的影响, 因此可采用欧拉-伯努利梁理论求解壳带梁的弯曲问题。下面, 将结合薄壳理论和欧拉-伯努利梁理论开展一维壳带梁弯曲问题的分析。

作用于壳带上的力:

- 1) 均布压力 P , 来自于海水的压力;
- 2) 壳带纵向相邻结构(舱段)船底的压缩力 T_1 (单位长度上的线载荷);

$$T_1 = \frac{P\pi(R_2 \sin \varphi)^2}{2\pi R_2 \sin \varphi} = \frac{PR_2 \sin \varphi}{2} \quad (5)$$

- 3) 相邻壳带传递的圆周方向压缩力 T_2 (单位长度上的线载荷)。

图 5 所示为受力图, 其中 $d\theta = ds/r$ 。此处, 随着 φ 坐标的变化, r 会有所改变。 T_2 的合力为

$$2T_2 \frac{d\theta}{2} = T_2 d\theta \approx \frac{T_2}{r} \quad (6)$$

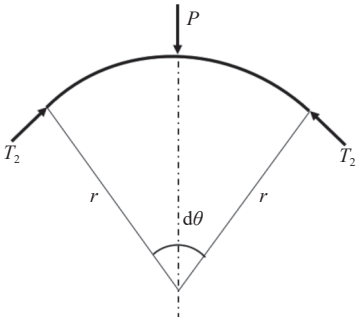


图 5 受力示意图
Fig. 5 Schematic diagram of the force

2.2 弯曲微分方程的建立

壳带上的侧向力 T_2 是当壳体在外压力的作用下产生均匀压缩时, 所选取的单位宽度的壳带与相邻壳带互相挤压而产生。在壳体不同横剖面上, 挠度 w 不同, 即压缩变形不同, T_2 的大小也随之变化。由薄壳理论的物理方程, 可知

$$\varepsilon_2^0 = \frac{1}{E} (\sigma_2^0 - \mu \sigma_1^0)$$

式中: ε_2^0 为中面环向应变; σ_1^0 为中面纵向应力; σ_2^0 为中面环向应力; μ 为泊松比; E 为弹性模量。 $T_1 = -\sigma_1^0 t$, $T_2 = -\sigma_2^0 t$, 其中 t 为薄壳厚度, 负号在此表示压应力。故

$$\varepsilon_2^0 = \frac{1}{Et} (T_2 - \mu T_1)$$

利用几何方程, 壳中面沿子午线方向的线应变为

$$\varepsilon_1^0 = \frac{2\pi(r(x) - w) - 2\pi r(x)}{2\pi r(x)} = -\frac{w}{r(x)}$$

联立物理方程与几何方程, 可得

$$T_2 = -Et \frac{w}{r} + \mu T_1 = -Et \frac{w}{r} - \frac{\mu}{2} Pr_0$$

式中, r_0 为舱段边界处(薄壳端部)平行圆的半径。

参考单跨梁的复杂弯曲, 可得壳带的弯曲微分方程为

$$Dw^{IV} \frac{Pr_0}{2} w'' \frac{Et w}{r^2} = P \left(1 - \frac{\mu r_0}{2r} \right) \quad (7)$$

式中: $w = w(x)$, 为薄壳任意一点处的挠度; $r = r(x)$, 为薄壳任意一点处的旋转半径; $D = \frac{Et^3}{12(1-\mu^2)}$, 为薄壳抗弯刚度。

本文研究的双曲率旋转式薄壳的应用背景为 UUV, 其在纵向范围内的曲率变化不宜太大, 否则将影响薄壳内部空间利用率。结合其工程应用的尺度范围, 可以认为薄壳平行圆半径在舱段内变化不大。为简化运算, 可将基本微分方程中的平行圆半径 $r(x)$ 作为常数处理。上述微分方程的解可由一个通解与齐次微分方程的特解组成, 易看出, 上述方程的一个特解为

$$w_1 = \frac{P}{n^2 D} \left(1 - \frac{\mu r_0}{2r} \right) = \frac{Pr^2}{Et} \left(1 - \frac{\mu r_0}{2r} \right)$$

齐次微分方程的通解可以写为

$$w_0 = C_1 \chi \alpha_1 x \cos \alpha_2 x + C_2 \text{sh} \alpha_1 x \cos \alpha_2 x + C_3 \chi \alpha_1 x \sin \alpha_2 x + C_4 \text{sh} \alpha_1 x \sin \alpha_2 x$$

其中:

$$\alpha_1 = \sqrt{\frac{1}{2} \left(\sqrt{\frac{Et}{r^2 D}} - \frac{Pr_0}{2D} \right)}$$

$$\alpha_2 = \sqrt{\frac{1}{2} \left(\sqrt{\frac{Et}{r^2 D}} + \frac{Pr_0}{2D} \right)}$$

故壳带微分方程的解为

$$w = w_0 + w_1 = C_1 \operatorname{ch} \alpha_1 x \cos \alpha_2 x + C_2 \operatorname{sh} \alpha_1 x \cos \alpha_2 x + C_3 \operatorname{ch} \alpha_1 x \sin \alpha_2 x + C_4 \operatorname{sh} \alpha_1 x \sin \alpha_2 x + \frac{Pr^2}{Et} \left(1 - \frac{\mu r_0}{2r} \right)$$

(8)

式中, $C_1 \sim C_4$ 由薄壳边界条件确定。式(8)的求解未限定双曲旋转薄壳母线形式, 未限定边界条件, 因而具有通用性。

3 弯曲模型适应性研究

3.1 典型的应力计算方法研究

以两端简支边界条件为例, 阐释典型部位应力的计算方法。将坐标原点置于舱段跨中, 由于薄壳在母线方向的弯曲对称于坐标原点, 此时母线沿轴向的挠曲线具有如下特点:

$$w(x) = w(-x)$$

故式(6)可简化为

$$w = C_1 \operatorname{ch} \alpha_1 x \cos \alpha_2 x + C_4 \operatorname{sh} \alpha_1 x \sin \alpha_2 x + \frac{Pr^2}{Et} \left(1 - \frac{\mu r_0}{2r} \right)$$

(9)

当 $x = \pm 0.5L$ 时, 壳带挠度为 0, 弯矩为 0, 即 $w = 0$, $w'' = 0$, 代入式(9), 可得

$$\left. \begin{aligned} (C_1 \alpha_1^2 - C_1 \alpha_2^2 + 2C_4 \alpha_1 \alpha_2) \operatorname{ch} \alpha_1 \frac{L}{2} \cos \alpha_2 \frac{L}{2} + (-2C_1 \alpha_1 \alpha_2 + C_4 \alpha_1^2 - C_4 \alpha_2^2) \operatorname{sh} \alpha_1 \frac{L}{2} \sin \alpha_2 \frac{L}{2} &= 0 \\ C_1 \operatorname{ch} \alpha_1 \frac{L}{2} \cos \alpha_2 \frac{L}{2} + C_4 \operatorname{sh} \alpha_1 \frac{L}{2} \sin \alpha_2 \frac{L}{2} + \frac{Pr^2}{Et} \left(1 - \frac{\mu r_0}{2r} \right) &= 0 \end{aligned} \right\}$$

求解, 得

$$C_1 = -\frac{2\alpha_1 \alpha_2 m + (\alpha_1^2 - \alpha_2^2)n}{2\alpha_1 \alpha_2 (m^2 + n^2)} j$$

$$C_4 = \frac{-2\alpha_1 \alpha_2 n + (\alpha_1^2 - \alpha_2^2)m}{2\alpha_1 \alpha_2 (m^2 + n^2)} j$$

其中:

$$m = \operatorname{ch} \alpha_1 \frac{L}{2} \cos \alpha_2 \frac{L}{2}$$

$$n = \operatorname{sh} \alpha_1 \frac{L}{2} \sin \alpha_2 \frac{L}{2}$$

$$j = \frac{Pr^2}{Et} \left(1 - \frac{\mu r_0}{2r} \right)$$

对于旋转耐压结构, 中面环向应力为平均应力, 属于结构承载能力的标志性应力。同时, 考虑到舱段中部距离边界支撑较远, 应力水平偏高, 属于应力薄弱点, 故重点关注此处薄壳的应力水平。该应力计算公式如下:

$$\sigma_2^0 = E\varepsilon_2^0 + \mu\sigma_1^0 = -\frac{Ew}{r} + \mu\left(-\frac{T_1}{t}\right)$$

(10)

3.2 典型的应力计算方法适用性分析

基于 ANSYS 数值仿真, 验证本文所提双曲旋转薄壳弯曲模型的正确性。薄壳采用 Shell 181 单元, 经网格无关性分析, 明确单元大小为 $20\text{ mm} \times 20\text{ mm}$ 。施加均布载荷 P , 一端简支, 一端滑动简支同时添加轴向集中力 F , F 的计算方法为

$$F = \frac{P\pi r_0^2}{s}$$

式中, s 为边界处节点数。

有限元模型示意图如图 6 所示。

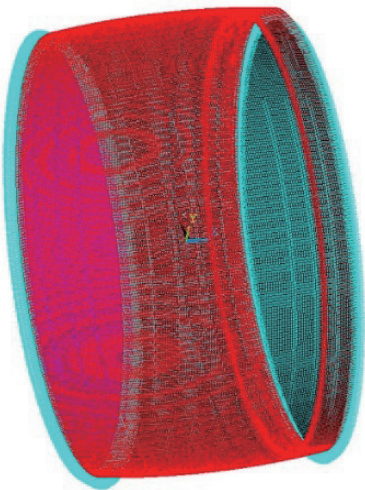


图 6 有限元示意图
Fig. 6 The finite element model

利用 ANSYS 开展有限元模型的静强度计算, 选取双曲旋转薄壳跨中中面环向应力为标志性应力。以椭球形薄壳为例, 椭球形薄壳的主尺度如表 1 所示。

表 1 模型主尺度
Table 1 Principal dimensions of the model

方案号	a/mm	b/mm	l/mm	t/mm
1	2 900	290	500	2.9
2	15 000	1 000	1 000	10.0
3	60 000	3 000	1 500	25.0

模型载荷 $P = 6.75\text{ MPa}$, 弹性模量 $E = 2.1 \times 10^5\text{ MPa}$, 泊松比 $\mu = 0.3$ 。表 1 中, 双曲旋转薄壳长度 l 相对较长, 其主要目的是减轻边界弯曲变形引起的局部弯矩对舱段中部应力的影响。将表 1 中主尺度以及载荷、材料参数等代入式(10), 可得跨中中面环向应力计算结果如表 2 所示。图 7 所示为表 1 中方案 3 模型的跨中中面环向应力云图。

以有限元数值计算结果为基准, 表 2 中误差为理论值与有限元值之间的偏差程度。在本文所

列几个方案中, 舱段中部中面环向应力理论值与数值计算结果之间的最大误差为 2.3%, 理论计算结果与数值计算结果较为接近, 表明本文所提理论计算方法适于分析薄壳的强度问题。

表 2 典型的应力计算结果
Table 2 Calculation results of typical stress

方案号	理论值/MPa	有限元值/MPa	误差/%
1	672.4	671.5	0.1
2	848.7	841.1	0.9
3	827.1	847.1	-2.3

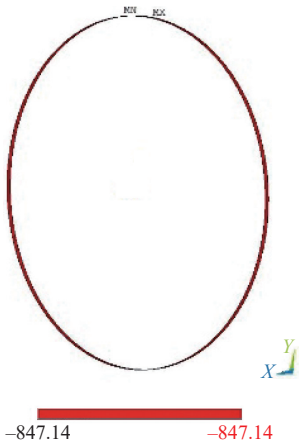


图 7 方案 3 模型的跨中中面环向应力云图
Fig. 7 Contour plot of circumferential stress on the neutral surface at the mid-span of Case 3 model

4 结 论

本文以双曲旋转薄壳为研究对象, 开展了双曲旋转薄壳弯曲理论模型建立方法研究, 主要得到如下结论:

- 1) 采用欧拉-伯努利梁理论简化薄壳弯曲问题, 将薄壳弯曲这一复杂的二维力学问题转化为壳带梁一维力学问题, 有效简化了问题求解难度, 这一方法的正确性得以验证。
 - 2) 对于纵向微曲的双曲旋转薄壳结构, 通过限制纵向长度, 可有效调整纵向曲率的变化幅度。例如, 对于任意椭球形双曲旋转薄壳, 当薄壳 $2L/a \leq 0.31$ 时, 薄壳纵向曲率变化不超过 5%。这一结论可有效化简双曲旋转薄壳弯曲微分方程的求解难度。
 - 3) 本文提出的双曲旋转薄壳跨中中面环向应力经验公式, 经 ANSYS 数值仿真验证, 发现理论值与仿真值之间的误差不超过 2.3%, 证明了该经验公式的准确性。
- 本文以 UUV 耐压结构应用为背景, 提出的双曲旋转耐压薄壳结构形式具有一定的创新性, 提

出的跨中中面环向应力计算方法可用于该型结构弯曲问题分析及结构优化设计, 具有明显的工程应用价值。

参考文献:

[1] 钱东, 赵江, 杨芸. 军用 UUV 发展方向与趋势 (上)——美军无人系统发展规划分析解读 [J]. 水下无人系统学报, 2017, 25(1): 1-30.
QIAN D, ZHAO J, YANG Y. Development trend of military UUV (I): a review of U. S. military unmanned system development plan[J]. Journal of Unmanned Undersea Systems, 2017, 25(1): 1-30 (in Chinese).

[2] 钱东, 赵江, 杨芸. 军用 UUV 发展方向与趋势 (下)——美军无人系统发展规划分析解读 [J]. 水下无人系统学报, 2017, 25(2): 107-150.
QIAN D, ZHAO J, YANG Y. Development trend of military UUV (II): a review of U. S. military unmanned system development plan[J]. Journal of Unmanned Undersea Systems, 2017, 25(2): 107-150 (in Chinese).

[3] 刘晓伟, 马宇, 李筠, 等. 2020 年国外潜艇装备发展综述 [J]. 飞航导弹, 2021(1): 47-54.
LIU X W, MA Y, LI Y, et al. Overview of the development of foreign submarine equipment in 2020[J]. Aerodynamic Missile Journal, 2021(1): 47-54 (in Chinese).

[4] 杨力. 2018 年俄罗斯潜艇力量 [J]. 国外核新闻, 2018(10): 30-31.
YANG L. Russian submarine force in 2018[J]. Foreign Nuclear News, 2018(10): 30-31 (in Chinese).

[5] 朱丹. 美国潜艇作战系统发展及启示 [J]. 飞航导弹, 2019(7): 74-79.
ZHU D. Development and enlightenment of American submarine combat system[J]. Aerodynamic Missile Journal, 2019(7): 74-79 (in Chinese).

[6] REYNOLDS T, LOMACKY O, KRENZKE M. Design and analysis of small submersible pressure hulls[J]. Computers & Structures, 1973, 3(5): 1125-1143.

[7] ZHANG E, ZHU X L, JING T, et al. Research status and development trend of pressure resistant structure of deep submersibles[J]. Journal of Ship Mechanics, 2021, 25 (10): 1427-1437.

[8] 俞铭华, 王自力, 李良碧, 等. 大深度载人潜水器耐压壳结构研究进展 [J]. 华东船舶工业学院学报 (自然科学版), 2004, 18(4): 1-6.
YU M H, WANG Z L, LI L B, et al. Development of research on the pressure shell structure of deep manned submersible[J]. Journal of East China Shipbuilding Institute (Natural Science Edition), 2004, 18(4): 1-6 (in Chinese).

[9] 李文跃, 王帅, 刘涛, 等. 大深度载人潜水器耐压壳结构研究现状及最新进展 [J]. 中国造船, 2016, 57(1): 210-221.
LI W Y, WANG S, LIU T, et al. Current status and

- progress on pressure hull structure of manned deep submersible[J]. *Shipbuilding of China*, 2016, 57(1): 210–221 (in Chinese).
- [10] 张建, 王纬波, 高杰, 等. 深水耐压壳仿生设计与分析[J]. *船舶力学*, 2015, 19(11): 1360–1367.
ZHANG J, WANG W B, GAO J, et al. Bionic design and analysis of deepwater pressure hull[J]. *Journal of Ship Mechanics*, 2015, 19(11): 1360–1367 (in Chinese).
- [11] 张建, 王明禄, 王纬波, 等. 蛋形耐压壳力学特性研究[J]. *船舶力学*, 2016, 20(1/2): 99–109.
ZHANG J, WANG M L, WANG W B, et al. Research on mechanical properties of the eggshell-shaped pressure hull[J]. *Journal of Ship Mechanics*, 2016, 20(1/2): 99–109 (in Chinese).
- [12] ELSAYED F, QI H, TONG L L, et al. Design optimization of lay-up and composite material system to achieve minimum buoyancy factor for composite elliptical submersible pressure hull[J]. *Composite Structures*, 2015, 121: 16–26.
- [13] ELSAYED F, TONG L L, QI H, et al. Finite element analysis of deep elliptical submersible pressure hull subjected to a side-on non-contact underwater explosion[J]. *Applied Mechanics and Materials*, 2014, 578-579: 256–262.
- [14] ELSAYED F, QI H, TONG L L, et al. Optimal design analysis of composite submersible pressure hull[J]. *Applied Mechanics and Materials*, 2014, 578-579: 89–96.
- [15] ELSAYED F, QI H, TONG L L, et al. Numerical investigation of the dynamic response of optimized composite elliptical submersible pressure hull subjected to non-contact underwater explosion[J]. *Composite Structures*, 2015, 121: 121–133.
- [16] 荆腾, 吴梵, 张二, 等. 环壳过渡对潜艇锥-锥连接结构强度和稳定性的影响[J]. *中国舰船研究*, 2020, 15(3): 111–116, 122.
JING T, WU F, ZHANG E, et al. Effects of toroidal transition on strength and stability of submarine's cone-cone connection structure[J]. *Chinese Journal of Ship Research*, 2020, 15(3): 111–116, 122 (in Chinese).
- [17] 荆腾, 吴梵, 张二, 等. 环壳过渡对潜艇锥-锥结构极限承载能力的影响[J]. *中国舰船研究*, 2020, 15(4): 46–52.
JING T, WU F, ZHANG E, et al. Effects of toroidal transition on ultimate bearing capacity of submarine cone-cone connection structures[J]. *Chinese Journal of Ship Research*, 2020, 15(4): 46–52 (in Chinese).
- [18] ZHANG E, CHEN G T, ZHU X L, et al. Advances in application and static strength of double curvature rotating pressure shell[J]. *Journal of Ship Mechanics*, 2022, 26(12): 1888–1903.

Theoretical calculation method of hyperbolic rotating thin shell bending problem

ZHANG Er, MIN Shaosong*, HUA Lin, LIU Cong, Chen Guotao*

College of Naval Architecture and Ocean Engineering, Naval University of Engineering, Wuhan 430033, China

Abstract: [**Objective**] In order to analyze the bending characteristics of a hyperbolic rotating thin shell, the complex two-dimensional mechanical problem is simplified into a one-dimensional bending problem based on Euler's Bernoulli beam theory. [**Method**] By analyzing the force and deformation characteristics of shells and belt beams, a structural mechanical model is established, and a double curvature rotating thin shell bending differential equation is obtained by combining the physical equation of plate and shell theory with the bending differential equation of a single-span beam. An empirical formula for typical stress is proposed and its accuracy verified by an ANSYS-based simulation. [**Results**] The results show that the error between the simulation and the formula is about 2.3%, which demonstrates the high accuracy of the formula in predicting typical stress and verifies the correctness of the theoretical calculation method. [**Conclusion**] The proposed method can provide useful references for the design and optimization of similar structure.

Key words: double curvature; bending problem; shell belt; stresses; theoretical calculation