

OSCOUND ##1 Scopus收录期刊 中交給心期刊 JSTUS录期刊 中国科技物心期刊 DOAJUS录期刊

基于正交异性等效的双向加筋板结构变形简化分析方法

刘晓磊 袁昱超 唐文勇

Simplified analysis method for deformation of two-way stiffened plates based on orthotropic equivalent theory

LIU Xiaolei, YUAN Yuchao, TANG Wenyong

在线阅读 View online: https://doi.org/10.19693/j.issn.1673-3185.03335

您可能感兴趣的其他文章

Articles you may be interested in

爆炸冲击载荷作用下加筋板的变形吸能特性数值分析

Numerical analysis on deformation and energy absorption characteristics of stiffened plate under explosive impact loads

中国舰船研究. 2019, 14(3): 66-74 https://doi.org/10.19693/j.issn.1673-3185.01376

基于空间谐波分析的典型加筋板结构声振特性

Vibro-acoustic characteristics of typical periodically stiffened plate based on spatial harmonic expansion method

中国舰船研究. 2018, 13(2): 60-69 https://doi.org/10.3969/j.issn.1673-3185.2018.02.008

等效刚度法计算波纹夹层板弯曲变形与应力

Calculation bending deflection and stress for corrugated core sandwich panels employing equivalent stiffness method

中国舰船研究. 2021, 16(2): 90-98, 107 https://doi.org/10.19693/j.issn.1673-3185.01873

舰船加筋板结构的圆孔形穿甲损伤识别方法

Recognition method for stiffened plate structures of ship with round hole shaped armor piercing damage 中国舰船研究. 2020, 15(2): 88–94 https://doi.org/10.19693/j.issn.1673–3185.01749

基于数字图像方法的加筋板屈曲失效路径试验研究

Experimental study on the buckling failure process of stiffened panel based on 3D-DIC method 中国舰船研究. 2020, 15(5): 132–140 https://doi.org/10.19693/j.issn.1673–3185.01735

典型舱内爆炸载荷对加筋板的毁伤特性

Damage characteristics of stiffened plates in typical cabin explosion load 中国舰船研究. 2021, 16(2): 108–115, 124 https://doi.org/10.19693/j.issn.1673–3185.01841



扫码关注微信公众号,获得更多资讯信息

Vol. 19 No. 4 Aug. 2024

本文网址: http://www.ship-research.com/cn/article/doi/10.19693/j.issn.1673-3185.03335

期刊网址:www.ship-research.com

引用格式:刘晓磊,袁昱超,唐文勇.基于正交异性等效的双向加筋板结构变形简化分析方法 [J]. 中国舰船研究, 2024, 19(4): 254–262. LIU X L, YUAN Y C, TANG W Y. Simplified analysis method for deformation of two-way stiffened plates based on orthotropic equivalent theory[J]. Chinese Journal of Ship Research, 2024, 19(4): 254–262 (in both Chinese and English).

基于正交异性等效的双向加筋板 结构变形简化分析方法



刘晓磊1.2,袁昱超*1.2,唐文勇1.2

1上海交通大学海洋工程全国重点实验室,上海 200240 2上海交通大学船舶海洋与建筑工程学院,上海 200240

摘 要: [目的]随着船舶不断向大型化、复杂化发展, 舱段级以上的船体结构有限元模型的网格数量将急剧 增加,导致碰撞、冲击、接触等大型非线性力学问题均难以求解, 故提出一种基于正交异性等效的双向加筋板 结构变形简化方法。[方法]首先, 将现行成熟的单向加筋板平面应力简化方法推广至更复杂的双向加筋板 平面弯曲问题, 并引入正交方向上加筋板总惯性矩与板的惯性矩之比来反映结构的正交异性; 然后, 将惯性矩 比值代入推广所得的加筋板等效平面弯曲本构方程, 以实现材料正交异性的转化, 从而在力学层面上兼顾结构 的抗变形能力和中性轴移轴产生中面力的影响; 最后, 利用有限元计算, 根据不同的位移分布对四边固支加 筋板的变形模式进行分类, 并将加筋板实际结果与该方法及传统方法的等效结果进行误差对比分析。[结果]对 比结果表明, 在船舶双向加筋板结构中, 该方法最多可减少 84% 的网格数量, 且 3 种变形模式下的等效误差 均可控制在 6% 以内, 远低于 2 种传统方法。[结论]该方法的精度较高、适用范围更广、大幅了节省计算资源, 可为大型船体结构非线性力学问题的直接建模仿真计算提供解决方案。

Simplified analysis method for deformation of two-way stiffened plates based on orthotropic equivalent theory

LIU Xiaolei^{1,2}, YUAN Yuchao^{*1,2}, TANG Wenyong^{1,2}

1 State Key Laboratory of Ocean Engineering, Shanghai Jiao Tong University, Shanghai 200240, China 2 School of Ocean and Civil Engineering, Shanghai Jiao Tong University, Shanghai 200240, China

Abstract: [Objectives] With the continuous development of larger scale and more complex ships, the number of finite element model elements required to model hull structures at the cabin structure level and above is increasing dramatically, resulting in collision, impact, contact and other large-scale non-linear mechanical problems which are difficult to solve. To this end, a simplified method for the deformation of two-way stiffened plate structures based on orthotropic equivalent theory is proposed in order to simplify the modeling of ship struc-tures. [Methods] First, the current well-established simplification method for the plane stress of one-way stiffened plates is extended to the more complex plane bending problem of two-way stiffened plates. The ratio of the total moment of inertia of stiffened plates to the moment of inertia of plates in the orthogonal direction is introduced to reflect the structural orthotropism. Next, the moment of inertia ratios are substituted into the equivalent constitutive equation for the plane bending of stiffened plates to achieve the transformation to physical orthotropism, thereby taking into account both the deformation resistance of the structure and the influence of the membrane forces generated by shifting the neutral surface at the mechanical level. Finally, finite element calculations are used to classify the deformation modes of the four-sided fixed stiffened plates according to different displacement distributions, and the actual results of the stiffened plates are analyzed in terms of error comparisons with the equivalent results of this method and the traditional method. [Results] The result comparison shows that the proposed method can reduce the number of elements in two-way stiffened plates by up to 84%, and the equivalent errors in all three deformation modes can be controlled within 6%, which is much lower than those of the two traditional methods. [Conclusions] With high precision, a wide application range and greatly reduced calculation resources, the proposed method can provide a direct modeling and simulation calculation solution to address the nonlinear mechanical problems of large hull structures for practical engineering applications.

Key words: two-way stiffened plate; orthotropic equivalent theory; plane bending problems; deformation mode; simplified structure analysis

收稿日期: 2023-04-24 修回日期: 2023-07-06 网络首发时间: 2023-09-12 09:04

基金项目:中国科协青年人才托举工程项目;中核集团"青年英才"科研项目;中核集团"领创科研"项目

作者简介:刘晓磊,男,2000年生,硕士生。研究方向:船体结构简化建模及结构安全性评估。E-mail:Lx10503@sjtu.edu.cn 袁昱超,男,1991年生,博士,副研究员。研究方向:船海结构物载荷分析及结构安全性评估。E-mail:godyyc@sjtu.edu.cn 唐文勇,男,1970年生,博士,教授。研究方向:船海结构物载荷分析及结构安全性评估。E-mail:wytang@sjtu.edu.cn

0 引 言

随着船舶不断向大型化、复杂化的方向发展, 舱段级以上的三维船体结构有限元模型的网格 数量急剧增加(已经直逼甚至超过百万),导致碰 撞、冲击、接触等许多大型非线性力学问题均难 以求解。现有的解决方法一般仅关注冲击、碰撞 及接触的有限区域,以建立网格数量较少的局部 船体有限元模型。然而,在很多实际场景中, 设计师不仅应关注受载区域的结构响应,敏感性 较高或存在重要设备的非受载区域也需重点考 察。例如:在破冰船作业时,船首将与冰层碰撞 而受到冲击与挤压,但船中与船尾部分等结构强 度较弱的区域也会因船首传递的载荷而产生较大 的变形或动力响应;在大型油船因与具有较大接 触面的障碍物相接触而产生滑移的搁浅场景中¹¹, 由于接触面积巨大、搁浅影响的范围较广,一般 需建立多舱段或整船的有限元模型进行非线性求 解以分析其具体损伤。因此, 亟待研究兼具计算 精度与适用性的船体结构简化建模分析方法。在 实际工程应用中,通过将结构简化思想与有限元 方法相结合,可以大幅降低模型的网格数量,从 而实现对大型船体结构非线性力学问题的直接 数值仿真计算,具有较强的工程意义和广阔的应 用前景。

加筋板作为船体结构的基本组成构件,广泛 应用于船底板、甲板、舷侧等位置,在船体结构强 度中的作用至关重要。然而,相较于简单的板结构, 由于大量加强筋的存在,加筋板结构有限元建模 的网格数量将急剧增加。因此,如何在保留加筋板 自身力学性质的基础上,将其等效简化为无加筋 的光板结构,以避免对加强筋部分的建模工作, 已成为近年来船舶简化建模的研究热点。现有的 等效简化方法中,正交异性等效方法因其可操作性 强且精度尚可而被广泛应用,其等效原理是将材 料为各向同性、且在正交方向上截面属性不同的 结构,通过正交异性转化为在正交方向上物理 参数不同而截面性质相同的材料正交异性,从而 既可利用现有的材料正交异性板的研究成果来 保持加筋板原有的力学性质,还可大幅降低结构 正交异性建模运算的网格数量。

目前,国内外关于加筋板的正交异性简化研 究已取得了一定的成果,其中如何确定等效后正交 方向上的材料参数(例如弹性模量、泊松比以及 剪切模量),已成为正交异性等效方法的研究重点。 基于此,业内学者主要提出了2种参数确定方法: 在第1种方法中,针对平面应力问题,孙丽萍2对 单向密加筋状态下的正交异性简化参数进行了 分析,该方法的精度较高且体系成熟,但尚未推广 至双向加筋结构;针对平面弯曲问题,张朝阳³根 据正交异性板的弯曲微分方程基本假设,忽略中 面力影响,将材料与结构的正交异性弯扭刚度映 射相等,求解得到了弹性模量、泊松比以及剪切 模量的等效表达式,但关于加筋板等效刚度(尤 其是扭转刚度)的确定方面,由于中性轴移轴产生 的中面力影响较大但基本假设则需忽略中面力而 引起了较大争议:金成棣^国、汉斯等¹⁵均考虑了中 性轴移轴产生的中面力对于扭转刚度的影响,并 对扭转刚度增加了修正项,以表示由泊松效应所 引起的附加抗扭刚度。胡肇滋等¹⁶从各项刚度的 物理概念出发,对比了现行扭转刚度的各种等效 方法,并推荐了一种适用于无内横肋纵向加筋板 的虚拟板法。然而,到目前为止,对于扭转刚度 是否需增加修正项,以及应如何表达修正项等问 题,业内学者仍未达成共识。在第2种方法中, Paik 等[7-10] 将平面应力问题中的弹性模量表达式 引入加筋板平面的弯曲状态中,通过将交互定理 与材料正交异性板的刚度计算表达式相结合,得到 了等效泊松比的表达式,该方法形式简单但适用 范围较窄,并不适用高腹板的加筋结构;在航天 领域,涂抹加筋法的应用较为广泛[11-12],该方法与 第2种方法类似,通过将加强筋"涂抹"于板结构 上以实现材料正交异性的等效。此外,部分学者 还针对正交异性等效方法提出了其他解决思路: 郭力等[1]在正交异性简化中增加了厚度和密度 2个参数,该方法针对具体问题的精确度较高,但 并不适用于刚度不断变化的结构;杨令强等¹⁴将 加筋板平面应力与平面弯曲状态相类比,并引入 了动力特性的等效,但其推导场景为板中面与加筋 中性轴的重合工况,与工程实际存在一定差异; 邱继栋等15分析了双密加筋的加筋板,并得到了 其极限强度。综上所述,第1种方法无法准确地 表达扭转刚度,而第2种方法的适用性则较弱。 因此,为减少网格数量,保证船舶领域大型碰撞、 冲击、接触等非线性动力学仿真的顺利开展,亟 待提出兼具精度与适应性的正交异性等效方法。

本文拟以船体结构的基本组成构件——双向 加筋板作为研究对象,在静力学层面提出基于正交 异性等效的双向加筋板结构变形简化分析方法, 通过将该简化方法与有限元方法结合,以实现多 舱段甚至整船结构的简化建模。首先,将单向加 筋板平面在应力状态下的等效方法推广至双向加 筋板结构,同时在平面弯曲问题中引入正交方向 上加筋板总惯性矩与板的惯性矩之比来反映加筋 板结构的正交异性,并在体现结构抗变形能力的 同时考虑移轴产生中面力的影响,从而在力学机理 层面实现更准确的等效;然后,通过有限元计算 对不同位移分布情况下的加筋板变形模式进行分 类;最后,将加筋板计算的准确结果与本文方法 及传统方法的等效结果进行误差对比分析,从而 验证该等效方法在静力学层面的准确性和适用性, 用以为大型船体结构非线性力学问题的直接建模 仿真计算提供参考。

1 理论研究

1.1 双向加筋板的平面应力简化方法推广

图 1 所示为在 y 方向均匀拉应力作用下的双向 加筋板,其中加筋板的板长为 L,板宽为 B,板厚 为 t。在平行于 x,y 方向上均布置了加强筋,且在 y 方向上施加了均匀应力σ_y。



图 1 受y方向均匀拉应力作用的双向加筋板

Fig. 1 Two-way stiffened plate under uniform tensile stress in ydirection

假设 x 方向与 y 方向的加强筋不会相互作用,选取 x 方向上的 A-A 剖面进行受力分析,得

$$\sigma_{px}Bt + \sigma_{sx}(r_x - 1)Bt = 0 \tag{1}$$

式中: σ_{px} 为板中 x 方向的平均应力; σ_{sx} 为 x 方向加强筋的轴向应力; r_x 为 x 方向上加筋板总横剖面与板的面积之比。

根据广义胡克定律,在拉应力的作用下,板的 长度变化量δ_{px}和加强筋的长度变化量δ_{sx}分别为

$$\delta_{px} = L(\sigma_{px} - \mu \sigma_{py})/E$$

$$\delta_{sx} = L\sigma_{sx}/E$$
(2)

式中: μ 为泊松比; σ_{py} 为板中y方向的平均应力; E为加筋板材料的弹性模量。

根据相容性, $\delta_{px} = \delta_{sx}$, 得

$$\sigma_{\rm sx} = \sigma_{\rm px} - \mu \sigma_{\rm py} \tag{3}$$

与*x*方向有所不同,*y*方向上的受力平衡还需 考虑σ,的作用,故其平衡条件为

$$\sigma_{\rm py}Lt + \sigma_{\rm sy}(r_{\rm y} - 1)Lt + \sigma_{\rm y}Lt = 0 \tag{4}$$

式中: σ_{sy} 为 y 方向加强筋的轴向应力; r_{y} 为 y 方向 上加筋板总横剖面与板的面积之比; σ_{y} 为加筋板 任意点处沿 y 方向的正应力分量。

由y方向上的相容性可得

$$\sigma_{\rm sy} = \sigma_{\rm py} - \mu \sigma_{\rm px} \tag{5}$$

联立式(1)~式(5),即可得到 x, y 两个方向 上加强筋与板的平均拉应力。由于加强筋与板在 同一点处的应变相同,其中加强筋为单向应力 状态,根据广义胡克定律,得

$$\varepsilon_{sx} = \sigma_{sx}/E$$

$$\varepsilon_{sy} = \sigma_{sy}/E$$
(6)

式中, ε_{sx} , ε_{sy} 分别为x,y方向上加强筋的轴向 应变,即加筋板在x,y方向上的应变。

因此,加筋板的应力-应变关系为

$$\begin{bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \tau_{xy} \end{bmatrix} = \frac{\varepsilon_\lambda}{\Omega} \begin{pmatrix} (1-\mu^2)r_x + \mu^2 & -\mu & 0 \\ -\mu & (1-\mu^2)r_y + \mu^2 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{\Omega}{2\lambda(1+\mu)} \end{pmatrix} \begin{bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \gamma \end{bmatrix}$$
(7)

其中:

$$\lambda = r_x r_y - \mu^2 (r_x - 1)(r_y - 1)$$

$$\Omega = \left[(1 - \mu^2) r_x + \mu^2 \right] \cdot \left[(1 - \mu^2) r_y + \mu^2 \right] - \mu^2 \qquad (8)$$

以上式中: σ_x 为加筋板任意点处沿 x 方向的正 应力分量; τ_{xy} 为剪切应力分量; ε_x , ε_y 分别为 x, y 方向上的正应变; γ 为剪切应变。

1.2 双向加筋板的平面弯曲简化方法推导

材料正交异性板的弯曲平衡方程为16

$$D_x \frac{\partial^4 \omega}{\partial x^4} + D_y \frac{\partial^4 \dot{\omega}}{\partial y^4} + 2H \frac{\partial^4 \omega}{\partial x^2 \partial y^2} = q(x, y)$$
(9)

其中:

$$D_{x} = \frac{E_{x}t^{3}}{12(1-\mu_{x}\mu_{y})}, D_{y} = \frac{E_{y}t^{3}}{12(1-\mu_{x}\mu_{y})}, D_{xy} = \frac{G_{xy}t^{3}}{6}$$
$$H = D_{1} + 2D_{xy}, D_{1} = \frac{\mu_{y}E_{x}I}{1-\mu_{x}\mu_{y}} = \mu_{y}D_{x}$$
(10)

式中: *D_x*, *D_y*, *H*分别为材料正交异性板 *x*, *y* 方向上 的弯曲刚度与扭转刚度; *D_{xy}* 为剪切刚度; ω为板 在 *z* 方向上的挠度; *q*(*x*, *y*)为作用于板上的外载 荷; *E_x*, *E_y*, *G_{xy}*分别为材料正交异性板 *x*, *y* 方向的 弹性模量与剪切模量; *μ_x*, *μ_y*分别为*x*, *y* 方向伸长 在 y, x 方向收缩的泊松比; I 为材料正交异性板的 惯性矩, 可表示为 $I = t^3/12$ 。

能否准确表达等效后正交异性板的弯曲刚度 和扭转刚度,是判断简化计算方法优劣的重要标 准。现行的2种平面弯曲状态下的加筋板正交异性 简化方法均针对*D_x*,*D_y*,*H*提出了不同的假定与 推导。图2所示为平面弯曲状态下的双向加筋板 结构示意图,其中*a*,*b*分别为*x*,*y*方向上相邻加强 筋之间的距离,下文将基于图2的结构形式进行 简化推导。





1) 方法 1^[2]。

板的弯曲刚度是弹性模量与对应方向惯性矩的乘积,则*D_x*,*D_y*的表达式为

$$D_x = \frac{Et^3}{12(1-\mu^2)} + \frac{EI_x}{b}$$
$$D_y = \frac{Et^3}{12(1-\mu^2)} + \frac{EI_y}{a}$$
(11)

式中, *I_x*, *I_y*分别为*x*, *y*方向上加强筋对整个截面 公共中和轴的惯性矩。

由于加筋导致的中性轴偏移将产生中面力, 而在薄板的弯曲平衡方程推导中并不考虑中面力, 故该方法需舍去板的移轴刚度项,则结构正交异 性板的扭转刚度为

$$H = \mu D_0 + 2D_{xy} + 2D_{xy-s} = \mu D_0 + \frac{Gt^3}{6} + \frac{G}{2} \left(\frac{J_x}{b} + \frac{J_y}{a} \right) = D_0 + \frac{G}{2} \left(\frac{J_x}{b} + \frac{J_y}{a} \right)$$
(12)

式中: D₀,G分别为材料各向同性板的弯曲刚度与 剪切模量; D_{xy-s}为加筋的扭转刚度; J_x,J_y分别为 x, y方向的截面扭转惯性矩。

将以上加筋板的弯曲刚度与正交异性板的刚度 D_x, D_y, H 映射相等,并结合正交异性板交互定理 $\mu_x/\mu_y = E_x/E_y = D_x/D_y$ 进行求解,即可得出等效板 的物理参数。

2) 方法 2¹⁷。

将加筋板的结构正交异性转化为材料正交

异性,从而使弹性模量可以通过均摊的方式将加强筋转化至板中,则*E_x*,*E_y的表达式为^[7]*

$$E_{x} = E\left(1 + \frac{A_{sx}}{bt}\right)$$
$$E_{y} = E\left(1 + \frac{A_{sy}}{at}\right)$$
(13)

式中, A_{sx}, A_{sy}分别为 x, y 方向上加强筋的截面积。

将面板与加强筋关于整个截面中和轴的刚度 相叠加,即可得到等效后的弯曲刚度与扭转刚度:

$$D_{x} = \frac{Et^{3}}{12(1-\mu_{x}\mu_{y})} + \frac{Etz^{2}_{ox}}{1-\mu_{x}\mu_{y}} + \frac{EI_{x}}{b}$$
$$D_{y} = \frac{Et^{3}}{12(1-\mu_{x}\mu_{y})} + \frac{Etz^{2}_{oy}}{1-\mu_{x}\mu_{y}} + \frac{EI_{y}}{a}$$
$$H = \frac{1}{2} \left(\mu_{x}D_{y} + \mu_{y}D_{x} + G_{xy}\frac{t^{3}}{3} \right)$$
(14)

式中: z_{ox}, z_{oy} 分别为加筋后的板中性轴在 x, y 方向 上的移轴距离; 剪切模量 G_{xy} 可近似取值为 $G_{xy} = \sqrt{E_x E_y} / [2(1 + \sqrt{\mu_x \mu_y})]_{\circ}$

将式(13)、式(14)代入交互定理,得

$$\left[\frac{EI_x}{b}\left(\frac{E_y}{E_x}\right)^2 - \frac{EI_y}{a}\left(\frac{E_y}{E_x}\right)\right]\mu_x^3 = \left[\frac{E_y}{E_x}\left(\frac{Et^3}{12} + Etz^2_{\text{ox}} + \frac{EI_x}{b}\right) - \frac{Et^3}{12} - Etz^2_{\text{oy}} - \frac{EI_y}{a}\right]\mu_x$$
(15)

泊松比的表达式为

$$\mu_{x} = c \left[\frac{\frac{E_{y}}{E_{x}} \left(\frac{Et^{3}}{12} + Etz^{2}_{ox} + \frac{EI_{x}}{b} \right) - \frac{Et^{3}}{12} - Etz^{2}_{oy} - \frac{EI_{y}}{a}}{\frac{EI_{x}}{b} \left(\frac{E_{y}}{E_{x}} \right)^{2} - \frac{EI_{y}}{a} \left(\frac{E_{y}}{E_{x}} \right)} \right]^{0.5}} \\ \mu_{y} = \frac{E_{y}\mu_{x}}{E_{x}}$$
(16)

式中, c 为修正系数, 一般取值为 $c = \mu/0.86$ 。

由上文可知,方法1中的主要误差来自移轴 造成的中面力,由于扭转刚度H包含了中面力的 影响,但薄板的弯曲微分方程则未考虑中面力, 所以造成了等效结果的偏差。方法2由于引入了 修正系数而导致泊松比表达式不满足式(13),故 其等效参数不满足交互定理中的µ_x/µ_y = D_x/D_y。

基于上述问题,本文提出了平面弯曲状态下 双向加筋板的正交异性简化方法:参考1.1节中 平面应力的本构方程,忽略横向影响与*x*,*y*方向 上加筋交叉点附近的应力扩散,将平面应力状态 的本构方程推广至平面弯曲状态,并引入*x*,*y*方 向上加筋板总惯性矩与板的惯性矩比值*r'*,*r'*,来 反映加筋后结构的正交异性,用以类比平面应力 问题中的总剖面与板的面积比值,代入式(7),得

$$\begin{bmatrix} M_x \\ M_y \\ M_{xy} \end{bmatrix} = \frac{EI\lambda'}{\Omega'} \cdot \begin{pmatrix} (1-\mu^2)r'_x + \mu^2 \\ \mu & (1-\mu^2)r'_x$$

其中

$$\begin{aligned} \lambda' &= r'_{x}r'_{y} - \mu^{2}(r'_{x} - 1)(r'_{y} - 1) \\ \mathcal{Q}' &= \left[(1 - \mu^{2})r'_{x} + \mu^{2} \right] \cdot \left[(1 - \mu^{2})r'_{y} + \mu^{2} \right] - \mu^{2} \\ r'_{x} &= \frac{I_{ox}}{I}, \ r'_{y} = \frac{I_{oy}}{I} \end{aligned}$$
(18)

式中: *M_x*, *M_y*, *M_{xy}*分别为绕 *x*, *y*方向上加强筋的弯 矩与扭矩; *I_{ox}*, *I_{oy}*分别为加筋板关于 *x*, *y* 轴的总惯 性矩。

将式(15)与正交异性板平面弯曲本构方程进 行类比,并结合薄板弯曲问题中的弯曲、抗扭刚度 表达式,即可得出等效板的弹性模量*E_x*,*E_y*以及 泊松比*µ_x*,*µ_y*:

$$\begin{cases} E_x = \frac{E(r'_x r'_y - \mu^2 (r'_x - 1)(r'_y - 1))}{(1 - \mu^2)((1 - \mu^2)r'_y + \mu^2)} \\ \mu_x = \frac{\mu}{(1 - \mu^2)r'_y + \mu^2} \\ E_y = \frac{E(r'_x r'_y - \mu^2 (r'_x - 1)(r'_y - 1))}{(1 - \mu^2)((1 - \mu^2)r'_x + \mu^2)} \\ \mu_y = \frac{\mu}{(1 - \mu^2)r'_x + \mu^2} \end{cases}$$
(19)

式(19)中, *µ*²可近似取为 0, 则1-*µ*²可近似取 为 1, 得

$$\begin{cases} E_{x} = Er'_{x}, E_{y} = Er'_{y} \\ \mu_{x} = \mu/r'_{y}, \mu_{y} = \mu/r'_{x} \end{cases}$$
(20)

故等效板在x,y方向上的弯曲刚度为

$$D_x = \frac{Er'_x t^3}{12\left(1 - \frac{\mu^2}{r'_x r'_y}\right)}, D_y = \frac{Er'_y t^3}{12\left(1 - \frac{\mu^2}{r'_x r'_y}\right)}$$
(21)

由于剪切模量 G_{xy} 可以采用方法2简化为 $G_{xy} = \sqrt{E_x E_y} / [2(1 + \sqrt{\mu_x \mu_y})], 则扭转刚度H为$

$$H = D_{1} + 2D_{xy} = \mu_{y}D_{x} + 2D_{xy} =$$

$$\frac{\mu E t^{3}}{12\left(1 - \frac{\mu^{2}}{r'_{x}r'_{y}}\right)} + \frac{Et^{3}\sqrt{r'_{x}r'_{y}}}{12\left(1 + \frac{\mu}{\sqrt{r'_{x}r'_{y}}}\right)} = \frac{Et^{3}\sqrt{r'_{x}r'_{y}}}{12\left(1 - \frac{\mu^{2}}{r'_{x}r'_{y}}\right)} \quad (22)$$

式中, $\mu^2/r'_xr'_y < \mu^2$ 可近似为 0, 故等效扭转刚度 H 与惯性矩比值 r'_xr'_y呈正相关关系, 而加筋板截面惯 性矩中包含了加筋板的移轴惯性矩项, 与方法 1 相比, 本文简化方法中的等效扭转刚度 H考虑了 移轴所产生的中面力, 且形式更为简单; 与方法 2

$$\mu \qquad 0 \\ \mu^{2})r'_{y} + \mu^{2} \qquad 0 \\ 0 \qquad \frac{\Omega'}{2(1+\mu)\lambda'} \left[\begin{array}{c} -\frac{\partial^{2}\omega}{\partial x^{2}} \\ -\frac{\partial^{2}\omega}{\partial y^{2}} \\ -2\frac{\partial^{2}\omega}{\partial x\partial y} \end{array} \right]$$
(17)

相比,本文方法可以满足交互定理D_x/D_y = µ_x/µ_y, 故其在力学机理层面的等效效果更好。

2 计算对象及工况

大多数船体板将受到水压等均布载荷的作用, 对于此类加筋板结构,由于承受载荷和结构均对 称于板格支座,故一般认为船体板的四边均处于 固支状态¹⁶,因此,本文将以受到均布载荷的四边 刚性固定的双向加筋板结构作为研究对象,其结 构参数为: 板长 L=1 800 mm, 板宽 B=1 200 mm, 板 厚为 5 mm; 等距加筋数目取值为 2×2, 2×3, 3×3。 根据文献 [17],本节船舶加筋板的网格划分方式 将采用第33届海洋、离岸及极地工程国际会议 (international conference on ocean, offshore and Arctic engineering, OMAE)会议标准^[17], 加筋板采用四节 点单元建模,带板宽度方向划分为10个单元,加 筋腹板高度方向划分为6个单元,T型材翼板宽度 方向划分为2个单元,L型材翼板宽度方向划分 为1个单元。以腹板高度 60 mm, 加筋数目以 3×3的加筋板为例,有限元单元数目为2395个, 有限元模型如图 3 所示,其中 n_{sv}, n_{sv}分别为纵 向、横向的加筋数目。



图 3 纵向、横向加筋数目均为 3 的加筋板有限元模型 Fig. 3 Finite element model of stiffened plates ($n_{sx} = n_{sy} = 3$)

对等效的材料正交异性板进行网格无关性 检验,将网格尺寸为5mm记为精确解,更改单元 尺寸,结果如表1所示。当单元尺寸取为75mm 时,仍能保证约1%的误差,可以满足精度需求, 故本文有限元仿真中等效板的网格尺寸均选定 为75mm,且加筋板均按照文献[17]所建议的船 舶加筋板网格尺寸进行划分^[18]。同时,本文方法 最多可将网格数量从2395缩小至384个,即减少 了84%的网格数量,并仍然保持了仅1%左右的 误差,从而实现了加筋板的简化建模。

3 变形模式

对于四边固支且受到均布载荷的加筋板,不同

表 1 等效板的网格数量

Table 1	1 Number of equivalent plate grius		
单元尺寸/mm	单元数量/个	最大挠度/mm	误差/%
5	86 400	2.440	
10	21 600	2.436	0.16
20	5 400	2.432	0.33
50	864	2.422	0.74
75	384	2.415	1.04

奇偶性的加筋数目将造成不同的位移分布,故可 将变形模式分为3种:

1) 变形模式 1: n_{sx}, n_{sy} 均为偶数;

 2) 变形模式 2: n_{sx} 为偶数且 n_{sy} 为奇数,或者 n_{sx} 为奇数且 n_{sy} 为偶数;

3) 变形模式 3: n_{sx}, n_{sv} 均为奇数。

在这3种变形模式中,加强筋与板之间的不同刚度强弱关系将导致最大位移的相应变化¹⁹。 定义*k*为加强筋与板的相对刚度:

$$k = M_x / (M_0 B) + M_y / (M_0 L)$$
(23)

式中: $M_0 = \sigma_s t^2 / 4$, 为单位距离的板结构极限弯 矩, 其中 σ_s 为屈服极限; $M_x / (M_0 B)$, $M_y / (M_0 L)$ 分别 为 x, y 方向上总加强筋与板的刚度比值。

不同相对刚度下加筋板的3种变形模式如图4 所示,其中:







1)变形模式 I:加强筋的刚度较小,加筋板 将作为整体发生变形,此时加强筋基本不影响船体板 的变形;

2)变形模式 II:加强筋在一定程度上限制了 加筋板的板格变形,而筋与板之间的相互作用也 使加强筋发生了一定程度的变形,故加筋板不仅 发生了整体变形,还发生了局部变形;

3)变形模式 III:加强筋的刚度非常高,在变 形过程中,加强筋作为固定边界约束了加筋板的 板格变形[™]。一般认为相对刚度 *k*>3 时的加强筋 处于刚性状态,即发生变形模式 III[™]。

对于船舶加筋板结构而言,其加强筋的相对

刚度 *k* 一般较小,所以加筋板的变形模式大多属 于变形模式 Ⅰ, Ⅱ^[21],故本文将主要针对于变形模式 Ⅰ, Ⅱ展开研究。

由图 4 可以看出,加筋数目奇偶性的不同,以及 梁与加筋之间相对刚度的强弱都会导致受均布载 荷的四边固支加筋板出现不同的位移分布,即其 表现为不同的变形模式,总计分为9种:1-Ⅰ,1-Ⅱ, 1-Ⅲ,2-Ⅰ,2-Ⅱ,2-Ⅲ,3-Ⅰ,3-Ⅱ,3-Ⅲ,其中1,2,3 表示根据加筋数目奇偶性进行区分,而Ⅰ,Ⅱ, Ⅲ则对应不同的相对刚度。9种变形模型对应的 位移分布如图 5~图 7 所示。



(a) 变形模式 1-I



(b) 变形模式 1-II



(c) 变形模式 1-III

图 5 以 $n_{sx} = n_{sy} = 2$ 为例的加筋板变形模式 1 Fig. 5 Stiffened plate deformation mode 1 taking $n_{sx} = n_{sy} = 2$ as

an example

如图 5 所示,在变形模式 1 中,随着相对刚度 的逐渐增加,变形模式将发生较大的变化,但其 最大位移出现的位置基本保持在板中心处。如 图 6 所示,在变形模式 2 中,由于板中心处的纵向 有加筋而横向无加筋,故模式 2 - II 的最大位移不会 出现在板中心处,而是在中心纵向加筋两侧板格处 呈对称分布。如图 7 所示,在变形模式 3 中,随着 相对刚度的不断增加,最大位移所出现的位置将 逐渐从板中心处向四周板格处偏移,变形模式 3 - II 的最大位移对应的位置存在 2 种可能(图 7(b)中 的 max1 和 max2)。







(c) 变形模式 2-III

以 $n_{sx} = 2$, $n_{sy} = 3$ 为例的加筋板变形模式 2

Fig. 6 Stiffened plate deformation mode 2 taking $n_{sx} = 2$, $n_{sy} = 3$ as an example

4 结果分析

图 6

针对第2节中结构正交异性板与3种简化方 法得到的等效板进行有限元计算,通过改变加筋 腹板高度来调整相对刚度 k,即可得出相对刚度 与等效误差之间的关系。图8所示为在不同变形 模式下,分别使用3种简化方法得到的中心点位移 与相对刚度 k之间的关系曲线,其中加筋板实际 结果是指按照文献 [17] 所建议的船舶加筋板网 格尺寸进行网格划分后所得的有限元计算结果¹⁰⁷, 在图8中以孤立的绿色圆点表示。

由图 8 可知,在 3 种变形模式下,加筋板与 3 种简化方法中心点处位移的变化趋势基本一致。 方法 1 在相对刚度较小时的误差很大,但随着相对 刚度的增加,其等效结果将逐渐好转,故该方法 适用于加强筋刚度很强,加筋板的板格始终以加 强筋作为固定边界时发生变形的等效处理。方 法 2 更适用于加强筋刚度较小的情况,其在加强 筋与板发生整体位移时的等效结果尚可,但随着 相对刚度的增加,该方法的等效结果出现了失真 的问题。

相较于方法1与方法2,本文方法在整个相对



(a) 变形模式 3-I



(b) 变形模式 3-II



(c) 变形模式 3-III

图 7 以n_{sx} = n_{sy} = 3为例的加筋板变形模式 3

Fig. 7 Stiffened plate deformation mode 3 taking $n_{sx} = n_{sy} = 3$ as an example

刚度变化范围内的等效结果与加筋板实际结果的 吻合度良好,其位移等效的效果最好。对于本文





图 6 中心点世场与相对附及 6 之间的大家

Fig. 8 The relationship between the displacement of the center point and the relative stiffness

的研究对象而言,其简化后的网格量可减少84%, 故可认为本文方法在充分保留加筋板力学性质的 基础上实现了简化建模的目标,从而为大型船体 结构非线性力学问题的直接建模仿真计算提供了 新的解决方案。

为进一步明确本方法的适用范围,还需对本 方法在变形模式Ⅰ,Ⅱ中加筋板中心点处的等效 位移误差与相对刚度之间的关系进行研究。本文 的等效位移误差将以按照文献[17]中建议的船 舶加筋板网格划分方式所得的船舶加筋板有限元 结果作为准确值进行研究^[17]。图9所示为不同变形 模式下,因相对刚度 k 变化而导致中心点处等效 位移误差的变化趋势。根据文献[21],船舶加筋板 的加强筋相对刚度一般小于 3,其变形模式大多 属于变形模式Ⅰ或Ⅱ,故将相对刚度 k 的最大值 取为 3,即可模拟实际船体结构的加筋情况^[21]。





在3种不同加筋数目所导致的变形模式中, 随着相对刚度的增加,等效误差均将呈现先增加 后减小再反向增加的变化趋势:当加强筋刚度 较小时,相对刚度的增加将导致局部变形的不断 恶化,则将进一步增加等效误差,从而使变形由 模式 I 向模式 II 过渡;随着相对刚度的进一步增加,整体变形有所减小,局部变形逐渐占据主导,等效误差将出现减小的趋势;但当加强筋的相对 刚度增加至一定水平时,加强筋将逐渐作为固定端 对加筋板结构进行约束,由于加筋板与等效板的 变形模式存在较大差异,故等效位移误差将开始 反向增加(即图 9 中的 0~-6% 变化区域)。

在变形模式1中,由于横向、纵向的加强筋 数目均为偶数,故其中心点处的位移可一直视为 最大位移,且变形模式与等效板基本一致,其等效 误差非常小;在横向、纵向加强筋数目均为奇数 的变形模式3中,其最大位移出现的位置将从板 的正中心处向四周板格偏移,故其等效精度低于 变形模式1,但最大误差低于4%;在变形模式2 中,由于横向、纵向加强筋数目的奇偶性不同,其 加筋板结构并非中心对称结构,位移分布相较于 无加强筋的光板结构存在较大差异,故在相对刚度 较大时,其变形模式与等效板的差异较大,中心点 的等效误差相较于其他变形模式也较大,但误差 值均可控制在6%以内。由此可见,当横向、纵向 加强筋数目的奇偶性取不同组合时,对船舶加筋 板结构而言,本方法的等效结果均满足精度需求。

5 结 论

针对现行加筋板平面弯曲简化方法中存在的 问题,本文提出了更符合力学机理的正交异性简化 方法,通过对不同位移分布的加筋板进行有限元 计算,并对比本文方法与传统方法的等效结果, 得到如下结论:

 将双向加筋板的平面应力简化方法进行 推广,类比平面应力与平面弯曲状态下的本构方程, 引入正交方向上加筋板总惯性矩与板的惯性矩 之比,即可实现平面弯曲状态下结构正交异性向 材料正交性的转化,从而提出加筋板的正交异性 简化方法,相较于现有方法,其形式简单,可以准确 等效弯曲刚度并考虑中面力对扭转刚度的影响, 所以在力学机理层面取得了更好的等效效果。

2)相较于传统方法(方法1与方法2),本文 方法的等效结果在整个相对刚度变化范围内与加 筋板实际结果的吻合度很高,对加筋板位移响应 的等效效果较好,为工程应用中船舶结构简化建 模提供了更精准的新方法,并为大型船体结构的 非线性力学问题直接建模仿真计算奠定了基础。

3)随着加强筋与板结构相对刚度的增加,简化 分析方法的等效位移误差将呈现先增加后减小再 反向增加的变化趋势,但整体的等效结果均可满足 精度需求。对于3种变形模式而言,双向加强筋 数目均为偶数的等效结果最佳,而均为奇数的等效 结果则次之,故工程应用中应尽量选取双向加强筋 数目均为偶数的加筋板架结构进行简化等效。

本文提出了基于正交异性等效的双向加筋板 结构变形简化分析方法,通过将该简化分析方法 与有限元方法相结合,可避免船舶加强筋结构的 精细化建模,从而大幅降低网格数量,以实现多 舱段乃至整船结构的简化建模。在后续研究工作 中,将考虑引入动力修正因子等来实现动力学层 面的等效处理,最终为舱段级以上大型船体结构的 碰撞、冲击、接触等非线性力学问题的直接数值 仿真计算提供解决方案。

参考文献:

- 刘毅, 王晋, 胡志强. 船舶搁浅于台型礁石中的等效板 厚法研究 [J]. 工程力学, 2013, 30(8): 287–293, 304.
 LIU Y, WANG J, HU Z Q. Investigation on smeared thickness method for ship grounding over obstacles with large contact surface and trapezoidal cross-section[J].
 Engineering Mechanics, 2013, 30(8): 287–293, 304 (in Chinese).
- [2] 孙丽萍. 船舶结构有限元分析 [M]. 哈尔滨: 哈尔滨工程大学出版社, 2004: 99–111.
 SUN L P. Finite element analysis of ship structure[M].

Harbin: Harbin Engineering University Press, 2004: 99-111 (in Chinese).

- [3] 张朝阳. 深水半潜平台总体强度分析中波浪载荷计算与 简化建模方法研究 [D]. 上海: 上海交通大学, 2012. ZHANG C Y. Study on wave loads calculating methods and simplified methods of modeling in the global strength analysis of a semi-submersible platform[D]. Shanghai: Shanghai Jiaotong University, 2012 (in Chinese).
- [4] 金成棣. 结构静力学 [M]. 北京: 人民交通出版社, 1982: 181-184.
 INIC L. Structural statios[M] Pailing: China, Commu-

JIN C L. Structural statics[M]. Beijing: China Communication Press, 1982: 181–184 (in Chinese).

[5] 汉斯, 吴肇之. 实用薄板理论 [M]. 人民交通出版社, 1982: 17-54.

HAN S, WU Z Z. Practical thin plate theory[M]. Beijing: China Communication Press, 1982: 17–54 (in Chinese).

- [6] 胡肇滋, 钱寅泉. 正交构造异性板刚度计算的探讨 [J]. 土木工程学报, 1987(4): 49–61.
 HU Z Z, QIAN Y Q. Research on calculation of structurally orthotropic plate rigidity[J]. China Civil Engineering Journal, 1987(4): 49–61 (in Chinese).
- [7] PAIK J K, SEO J K. Nonlinear finite element method models for ultimate strength analysis of steel stiffenedplate structures under combined biaxial compression and lateral pressure actions—Part I: plate elements[J]. Thin-Walled Structures, 2009, 47(8/9): 1008–1017.
- [8] PAIK JK, THAYAMBALLIAK. Ultimate limit state design of steel plated structures[M]. Hoboken: John Wiley & Sons, 2003.
- [9] PAIK J K, THAYAMBALLI A K, KIM B J. Large deflection orthotropic plate approach to develop ultimate strength formulations for stiffened panels under combined biaxial compression/tension and lateral pressure[J]. Thin-Walled Structures, 2001, 39(3): 215–246.

- [10] PAIK J K, CHUNG J Y, CHUN M S. On quasi-static crushing of a stiffened square tube[J]. Journal of Ship Research, 1996, 40(3): 258–267.
- [11] KARPOV V V, SEMENOV A A. Structural anisotropy method for shells with orthogonal stiffeners[J]. Structures, 2021, 34: 3206–3221.
- [12] XU Y M, TONG Y, LIU M Q, et al. A new effective smeared stiffener method for global buckling analysis of grid stiffened composite panels[J]. Composite Structures, 2016, 158: 83–91.
- [13] 郭力,李兆霞. 正交各向异性桥面板比拟等效参数确定
 [J]. 特种结构, 2005, 22(4): 76–79.
 GUO L, LI Z X. Ascertainment of the equality simulation parameters of bridge orthotropic slabs[J]. Special Structures, 2005, 22(4): 76–79 (in Chinese).
- [14] 杨令强,李园园,陈祖坪.构造正交异性板的简化算法 [C]//第二届结构工程新进展国际论坛论文集.大连:中 国建筑工业出版社,2008:572-578. YANG L Q, LI Y Y, CHEN Z P. Simply method of structure orthotropic problem[C]//Proceedings of the Second International Forum on Advances in Structural Engineering. Dalian: China Architecture & Building Press, 2008: 572-578 (in Chinese).
- [15] 邱继栋,杨平.双向正交密加筋板的极限强度预报 [J]. 中国舰船研究, 2012, 7(3): 57-63.
 QIU J D, YANG P. Prediction on ultimate strength of the two-way orthogonal multi-stiffened plates[J]. Chinese Journal of Ship Research, 2012, 7(3): 57-63 (in Chinese).
- [16] 陈铁云,陈伯真. 船舶结构力学 [M]. 上海: 上海交通大 学出版社, 1991: 202–237.
 CHEN T Y, CHEN B Z. Ship structural mechanics[M]. Shanghai: Shanghai Jiaotong University Press, 1991: 202– 237 (in Chinese).
- [17] ZHANG S M, JIANG L. A procedure for non-linear structural collapse analysis[C]//ASME 2014 33rd International Conference on Offshore Mechanics and Arctic Engineering. American Society of Mechanical Engineers. San Francisco, CA, USA: ASME, 2014.
- [18] 牟金磊,朱锡,张振华,等.爆炸冲击作用下加筋板结构 变形研究 [J].海军工程大学学报,2007,19(6):12–16. MU J L, ZHU X, ZHANG Z H, et al. A study on deformation of blast-loaded stiffened plates[J]. Journal of Naval University of Engineering, 2007, 19(6): 12–16 (in Chinese).
- [19] 姜伟, 韩广威, 张岩. 加筋板固有频率与相对刚度对其 非线性动力响应的影响 [J]. 中国舰船研究, 2023, 18(1): 223-230.
 JIANG W, HAN G W, ZHANG Y. Impacts of natural frequency and relative stiffness of stiffened plate on nonlinear dynamic response[J]. Chinese Journal of Ship Research, 2023, 18(1): 223-230 (in Chinese).
- [20] 刘土光, 胡要武, 郑际嘉. 固支加筋方板在爆炸载荷作用下的刚塑性动力响应分析 [J]. 爆炸与冲击, 1994, 14(1): 55-65.
 LIU T G, HU Y W, ZHENG J J. Dynamic response analysis of rigid perfectly plastic clamped square plates with stiffener subjected to blast loading[J]. Explosion and Shock Waves, 1994, 14(1): 55-65 (in Chinese).
- [21] 刘尧, 刘敬喜, 李天勾. 爆炸载荷作用下双向加筋方板 的大挠度塑性动力响应 [J]. 工程力学, 2012, 29(1): 64-69.

LIU Y, LIU J X, LI T Y. The plastic dynamic response of two way stiffened square plates with large deflection subjected to blast loads[J]. Engineering Mechanics, 2012, 29 (1): 64–69 (in Chinese).