

基于加权最小二乘法的武器装备 批量生产成本费用研究

张 侃 刘宝平 丛 琳

海军工程大学 装备经济管理系, 湖北 武汉 430033

摘 要: 加权最小二乘法考虑了现实情况下普遍存在的异方差性, 在经济预测中有着更为广泛的应用。在系统研究我国武器装备批量生产规律和状况的基础上, 结合计量经济的相关理论, 提出基于加权最小二乘法的费用预测模型, 并辅以实例进行分析, 结果表明, 该方法移植性好, 由于消除了异方差性的影响, 模型的拟合和预测性能较一般最小二乘法更佳。

关键词: 费用评估; 批量生产; 武器装备; 异方差性; 加权最小二乘法

中图分类号: U674.035

文献标志码: A

文章编号: 1673-3185(2009)02-78-03

Cost Assessment on the Batch Manufacturing of Weaponry Using Weighted Least Squares Method

Zhang Kan Liu Bao-ping Cong Lin

Department of Equipment Economy Management, Naval University of Engineering, Wuhan 430033, China

Abstract: The heteroscedasticity are usually considered in applying the Weighted Least Squares (WLS) method, and it has a wide range of applications in economic forecast. A cost forecasting model was put forward using WLS method, which was based on a combination of studies on the batch manufacturing practice of weaponry and relevant econometric theory. The results of analyses by this model show that it can eliminate the impact of heteroscedasticity on the forecast works, and achieve a better forecast and fit of model than common WLS method.

Key words: cost assessment; batch manufacturing; weapon and equipment; heteroscedasticity; weighted least squares

1 引言

对于任何武器装备而言, 在其研制成功后要形成相应的战斗力, 就必然要求具备相应的数量规模。因此, 武器装备的生产是一种批量生产, 能否准确把握武器装备批量生产费用的规律, 进而对武器装备批量生产费用进行控制和预测, 对实现武器装备购置费用使用效益的最大化有着积极的指导意义。在武器装备的实际生产中, 其成本费用往往不能够准确预测, 这主要是由于武器装备生产中存在的异方差性造成的。使用加权最小二

乘法对武器装备成本费用进行预测能够很好地解决这一问题。与一般最小二乘法相比, 加权最小二乘法消除了异方差性的影响^[1,2], 其预测精度更高, 因而具有更为广泛的实际应用前景。

2 武器装备批量生产成本规律

根据长期以来的生产实践, 我们发现: 随着武器装备生产数量的增加, 其单位成本费用不断下降并逐渐趋于稳定, 叫做熟练曲线^[3], 它的存在已经被大量的生产实践所证实。当武器装备的生产量不断增加时, 单位武器装备的生产成本按照一

收稿日期: 2008-10-10

基金项目: 海军工程大学科研基金资助项目(HGDJJ08042)

作者简介: 张 侃(1985-), 男, 硕士研究生。研究方向: 装备经济管理。E-mail: zhangkanlingling@yahoo.com.cn

刘宝平(1963-), 男, 副教授, 硕士生导师。研究方向: 装备经济管理

定的比例下降。影响熟练曲线的因素有很多,如:生产工艺和方法,采购批量数,产品类型,物价水平,总生产量,生产地区差异等等。据此建立武器装备各项成本费用按批量变化的非线性数学回归模型: $y=A \cdot x^b$ 。其中, y 为第 x 件武器装备的成本费用; x 为武器装备数量; A, b 为模型的回归参数。

3 加权最小二乘法基本原理

3.1 多元线型回归模型

在实际经济问题中,一个变量往往受到多个变量的影响,表现在线性回归模型中的解释变量有多个,这样的模型叫做多元线性回归模型^[4]。多元线性回归模型的一般形式为:
 $Y_{ix}=\beta_0+\beta_1X_{i1}+\beta_2X_{i2}+\cdots+\beta_kX_{ik}+\mu_i \quad i=1,2,\cdots,n$
其中 k 为解释变量的数目, $\beta_j (j=1,2,\cdots,k)$ 称为回归系数, $\mu_i (i=1,2,\cdots,n)$ 为随机误差项。我们把上面的公式叫做总体回归函数的随机表达形式。对于模型中参数的求法,可以根据最小二乘估计^[5](OLS)原理,参数估计值应使残差平方和达到最小。

3.2 加权最小二乘法

在进行多元线性回归模型分析时,如果随机干扰项序列出现异方差性,即对于模型:
 $Y_{ix}=\beta_0+\beta_1X_{i1}+\beta_2X_{i2}+\cdots+\beta_kX_{ik}+\mu_i \quad i=1,2,\cdots,n$
出现了 $Var(\mu_i)=\sigma_i^2, i=1,2,\cdots,n$ 的情况,则不能直接使用 OLS 方法进行参数估计^[6-8],而必须采取补救措施或发展新的估计方法。最常用的方法是对原模型加权^[9],使之变成一个新的不存在异方差性的模型,然后采用 OLS 方法估计其参数,该方法就是 WLS 方法,它是对加了权重的残差平方和实施 OLS 的方法:

$$\sum_{i=1}^n w_i e_i^2 = \sum_{i=1}^n w_i$$
$$[Y_i - (\hat{\beta}_0 + \hat{\beta}_1 X_{i1} + \hat{\beta}_2 X_{i2} + \cdots + \hat{\beta}_k X_{ik})]^2$$

其中, w_i 为权数。一般情况下,对于模型的矩阵形式 $Y=X\beta+\mu$,若存在

$$E(\mu)=0, \quad Cov(\mu\mu')=\sigma^2W$$
$$W=\begin{bmatrix} w_1 & & & \\ & w_2 & & \\ & & \ddots & \\ & & & w_n \end{bmatrix}$$

即存在异方差性。显然, W 是一对称正定矩阵,因

此存在一可逆矩阵 D ,使得 $W=DD'$,用 D^{-1} 左乘两边,得到一个新的模型:

$$D^{-1}Y=D^{-1}X\beta+D^{-1}\mu$$

可检验该模型具有同方差性,于是用 OLS 估计模型参数,有

$$\hat{\beta}=[X'(D^{-1})'D^{-1}X]^{-1}X'(D^{-1})'D^{-1}Y=$$
$$(X'W^{-1}X)^{-1}X'W^{-1}Y$$

对于权矩阵,可得

$$D^{-1}=\text{diag}\left[\frac{1}{\sqrt{e_1}},\frac{1}{\sqrt{e_2}},\cdots,\frac{1}{\sqrt{e_n}}\right]$$

其中, $\tilde{e}_i$ 为随机干扰项的“近似估计量”,有 $\tilde{e}_i=Y_i-(\hat{Y}_i)_{OLS}$ 。

4 实例分析

本文引用某型武器系统的实际生产相关数据来分析该理论。见表 1。

表 1 某厂生产的某型武器系统的指标数据

生产序号	材料 1 的耗费	材料 2 的耗费	生产工时	总成本
1	1 435	426	421	1 975
2	1 295	339	289	1 615
3	1 162	277	248	1 421
4	1 212	301	237	1 462
5	1 233	300	236	1 540
6	1 111	310	239	1 366
7	1 072	289	209	1 290
8	1 020	301	220	1 288
9	995	268	188	1 193
10	1 001	264	167	1 212

从表 1 中可以发现,无论是材料 1、材料 2 的耗费,还是生产工时,都是随着批量的增加而减少并趋于稳定的,它们和批量之间呈现出负指数关系。我们以材料 1 为例,运用批量生产规律公式进行拟合,要将非线性问题转化为线性问题。设变量 x 为生产序列号,变量 y 为相应的材料消耗。通过函数变换可以得到回归公式 $\ln y=\ln A+b\ln x$,对材料 1 耗费曲线方程参数 $\ln A$ 和 b 进行显著性检验,这里采取 t 检验,分别记作 $t_1、t_2$,在给定显著性水平 $\alpha=0.05, t_{0.025}(8)=2.306$ 的情况下,通过了变量的显著性检验。同理,我们对材料 2 的耗费及生产工时也做类似处理后得表 2。

从已知的指标数据中可以看出,某型武器生产的总成本和材料 1、材料 2 及生产工时有着紧密的联系,随着生产材料耗费的节约,生产工时的缩短,带来了生产成本的下降,它们之间呈现出一种多元的线性关系。因此,我们可以建立多元线性

表 2 某厂生产的某型武器各项要素
回归模型、参数及下次预测值

科目	回归公式	R_2	t_1	t_2	下次预测
材料 1 耗费	$y = 1\,449.884x^{-0.15576}$	89.3%	370.80	-25.788 9	998
材料 2 耗费	$y = 388.840x^{-0.16149}$	72.7%	184.32	-14.604 8	264
生产工时	$y = 389.81x^{-0.32676}$	90.7%	179.59	-28.008 7	178

回归模型来进行描述。一般来讲,在实际生产过程中,由于生产的时间先后有差异,生产所需的材料批次、质量、价格不同,还有一些随机误差因素的存在,因而使得武器生产的总成本存在异方差性,OLS 方法不能很好地解决这个问题,因此我们对其进行改进,采用 WLS 方法可以得到比较满意的结果。运用 OLS 方法和 WLS 方法分别求解,预测模型分别为:

一般最小二乘法:

$$y = -183.974 + 1.005\,6x_1 + 0.873\,1x_2 + 0.781x_3$$

加权最小二乘法:

$$y = -97.463\,4 + 0.885\,4x_1 + 0.688\,0x_2 + 1.205\,6x_3$$

其中 y 为总成本, x_1 为材料 1 的耗费, x_2 为材料 2 的耗费, x_3 为生产工时。比较二者拟合结果的差异如见表 3 所示。

表 3 OLS 方法和 WLS 方法对比差异

OLS 拟合值	OLS 绝对误差	OLS 相对误差/%	WLS 拟合值	WLS 绝对误差	WLS 相对误差/%
1 959.8	-15.2	-0.77	1 976.2	1.2	0.06
1 639.9	24.9	1.54	1 599.2	-15.8	-0.978
1 420	-1	-0.07	1 421	0	0
1 482.7	20.7	1.42	1 455.5	-6.5	-0.445
1 502.2	-37.8	-2.46	1 594.8	54.8	3.56
1 309.6	-56.4	4.12	1 344.3	-21.7	-1.59
1 390.5	100.5	7.79	1 277.5	-12.5	-0.97
1 276.3	-11.7	0.91	1 298	10	0.78
1 197.4	4.4	0.37	1 191.4	-1.6	-0.13
1 183.5	-28.5	-2.35	1 252.2	40.2	3.32

从表 3 可见,WLS 方法得到的结果更为精确,与实际值更为接近,其最大误差为 3.56%,而 OLS 方法的最大误差为 7.79%,说明 WLS 方法的拟合性更好。同时,可得下一次的总成本预测值为 1 170,与实际值 1 166 更为接近,而 OLS 方法预测结果为 1 173.4,说明 WLS 方法的外推性也更好。从图 1 中可以更为直观地反映二者的差异。

5 结束语

本文主要探讨了在武器装备批量生产的过程

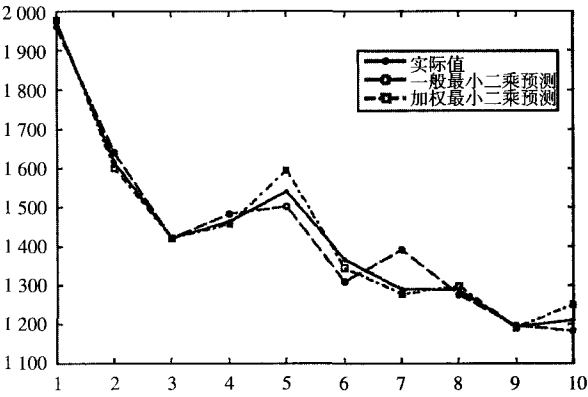


图 1 一般最小二乘法与加权最小二乘法差异图

中使用 WLS 方法进行费用预测的问题。由于存在异方差性,因而使用 WLS 方法比 OLS 方法能够得到更为准确的预测效果,通过实证分析,WLS 方法的移植性较好,用于武器装备批量生产成本预测时,在拟合性与外推性上均与实际值更为接近。WLS 方法还可以推广到存在异方差性的其他环节,诸如舰船的定期维修费用预测、零件的批量更换等,同样具有非常积极的意义。

参考文献:

[1] LI Cai,HAYES A F. A new test of linear hypotheses in OLS regression under heteroscedasticity of unknown form [J]. Journal of Educational and Behavioral Statistics, 2008,32(1):21-40.

[2] WILCOX R R. Comment on “Using heteroscedasticity consistent standard errors in the linear regression model” by J. S. Long & L. H. Ervin [J]. The American Statistician, 2001,55:374-375.

[3] 李积源. 舰船装备经济性分析[M].武汉:海军工程大学, 1997.

[4] 潘爽亮,占俊. 经济预测理论与方法[M]. 北京:解放军出版社,1996.

[5] 李子奈,潘文卿. 计量经济学[M]. 第 2 版,北京:高等教育出版社,2005.

[6] YUAN Ming, WAHBA G. Doubly penalized likelihood estimator in heteroscedastic regression [J]. Statistics & Probability Letters,2004,69(1):11-20.

[7] LONG J S,ERVIN L H. Using heteroscedasticity consistent standard errors in the linear regression model[J]. The American Statistician,2000,54(3):217-224.

[8] CRIBARI-NETO F,FERRARI S L P,CORDEIRO G M. Improved heteroscedasticity-consistent covariance matrix estimators[J]. Biometrika, 2000,87(4):907-918.

[9] 吴明山,胥辉. 模型中异方差性的强弱对加权回归函数的影响研究——思茅松树高曲线中的异方差性[J]. 林业资源管理,2008(2):67-70.